

交換価値を用いた金融資産の安定ニューメレール価格算出法の提案

The proposal of a calculation method for stable numeraire price using the exchange values of financial assets

菅野 朋典¹, 陳 Yu^{1*}

¹ 東京大学大学院新領域創成科学研究科人間環境学専攻

¹ The University of Tokyo Graduate School of Frontier Sciences Department of Human and Engineered Environmental Studies

Abstract: In this study, we propose the use of exchange value as the stable numeraire for pricing financial assets. The price of currency is used to illustrate our method. In the currency market, the price of a currency is usually measured by using its exchange rate to another currency, for example, the dollar-yen rate. We point out that the price of currency can also be measured by using the proposed numeraire, namely the exchange value. In particular, we calculated the exchange values of different currencies from their exchange rates under a statistical approximation. Finally, probability distributions of differently measured price returns are compared with each other to evaluate the stability with the use of the proposed numeraire.

1 はじめに

ニューメレールとは価値尺度のことであり、日常生活に於いては各国通貨がそれにあたる。しかし、尺度であるはずの通貨自身の価値は常に変動しており、今日の国際社会に於いて安定したポートフォリオを作成することは、非常に難しい課題となっている。

交換価値に関する研究は19世紀の終わりから20世紀の中頃にかけて、Keynes(1909, 1935)[1][3]やEdgeworth(1925)[5][6]らを中心に盛んに行われていたが、有効な算出方法は見出されないまま20世紀半ばに差し掛かると、研究の中心はポートフォリオ理論が主流となった。Markowitz(1952)[4]やSharpe(1964)[7]らの研究によって、特定のニューメレールに関する安定ポートフォリオの算出方法は提案され実際に実用されてきたが、複数の通貨や国に跨る様な、特定のニューメレールに依らない安定ポートフォリオに関する定量的な研究は未だに成されていない。

国際通貨基金(IMF)の定める特別引出権(SDR)などは、実質的に特定のニューメレールに依らない安定なグローバルポートフォリオとして設計されているが、算出にファンダメンタル手法が用いられている為、情報の更新速度が極めて遅く、計算根拠にも難点が見ら

れる。

本研究ではこれらの問題を解決する為に、グローバルポートフォリオの作成に必要な安定ニューメレールとして交換価値を用いる手法を提案する。

構成としてはまず§2で交換価値の定義を定め算出法を導き、これを基に作成した交換価値を§3で既存のニューメレール(SDRや主要通貨)と安定性の観点から比較、議論する。そして§4で纏めと今後の課題を確認する。

2 交換価値の計算

市場の各商品には固有の”交換価値”が存在し、市場で観測される”交換レート”は”交換価値”の比によって定まるものと仮定する。

すると、 i 番目の商品 A_i と j 番目の商品 A_j の”交換レート” R_{ij} は、それぞれの”交換価値” V_i, V_j を用いて以下のように表せる

$$R_{ij} = \frac{V_i}{V_j} \quad (1)$$

この時、任意の i について V_i の時間発展 $\frac{V_{i,t}}{V_{i,t-\Delta t}}$ が求まればよい。

市場に於ける商品の数を N とすれば、”交換レート”の自由度は $N-1$ 、対して”交換価値”の自由度は N な

*連絡先：東京大学大学院新領域創成科学研究科 数理システム研究室

千葉県柏市柏の葉 5-1-5
E-mail: sktom@wosskt.com

ので、観測可能な”交換レート”のみから厳密な”交換価値”を算出することは不可能である。

そこで、算出可能な値として”交換価値”を規格化した値、”正規交換価値” ν を以下のように定義する。

$$\nu_{n,t} \equiv C_t V_{n,t} \quad (2)$$

$$C_t \equiv \left(\prod_i V_{i,t} \right)^{-\frac{1}{N}} \quad (3)$$

C_t は各時刻の規格化定数である。

これにより、”正規交換価値”は以下のように定まる。

$$\frac{\nu_{n,t}}{\nu_{n,t-\Delta t}} = \left(\prod_i \frac{R_{in,t}}{R_{in,t-\Delta t}} \right)^{-\frac{1}{N}} \quad (4)$$

(*) の時間発展を考えると

$$\frac{\nu_{n,t}}{\nu_{n,t-\Delta t}} = \frac{C_t}{C_{t-\Delta t}} \frac{V_{n,t}}{V_{n,t-\Delta t}} \quad (5)$$

ここで、対数表記に切り替える (メタ変数 x を用いて、 $x^* = \log x$ の様にする) と

$$\nu_{n,t}^* - \nu_{n,t-\Delta t}^* = C_t^* - C_{t-\Delta t}^* + V_{n,t}^* - V_{n,t-\Delta t}^* \quad (6)$$

差分を Δ を用いて表すと

$$\Delta \nu_{n,t}^* = \Delta C_t^* + \Delta V_{n,t}^* \quad (7)$$

この時

$$\Delta C_t^* = -\frac{1}{N} \sum_n (\Delta V_{n,t}^*) \quad (8)$$

で、

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta C_t^* \rightarrow 0 \quad (9)$$

でありさえすれば、十分に大きな N の下で ν と V の時間発展が等しくなり、 ν の時間発展はすでに解けているので、”交換価値” V の時間発展が求まることになる。

しかし、この仮定はつまり ΔV_n^* の平均が 0 に収束することを要請するものであるが、その様な要請はとても妥当とは言いがたい。そこでこの要請の妥当性に関する検証は一旦脇に置いておき、代わりに (交換価値の定義として) V_n^* の分散が最小になるように V_n^* を定めることにする。

すると、

$$\frac{\partial}{\partial \Delta V_n^*} \sum_n \Delta V_n^{*2} = 0 \quad (10)$$

なのでこれを解くと、

$$\sum_n \Delta V_n^* = 0 \quad (11)$$

これは先ほどの要請を十分に満たすので、分散を最小化することによって先ほどの仮定を用いた場合と同じ値が得られる事になる。

3 計算結果

本来交換価値の計算には膨大な量の市場価格を用いるのが理想的だが、今回は IMF が日足を公表している 50 通貨のヒストリカルデータを基に交換価値を算出し、その変動率について小規模な検証実験を試みる。

まずは、そもそも交換価値とはどのように変動するのか、各通貨の変動を交換価値基準と米ドル (USD) 基準で算出し、それぞれ足し合わせたものを比較する。

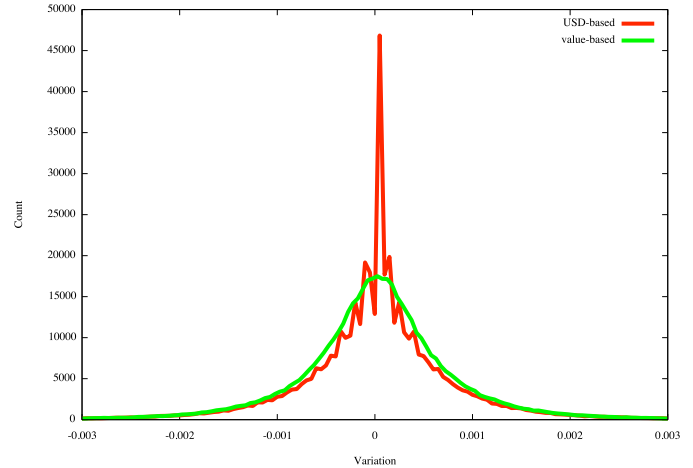


図 1: 全通貨の変動分布

USD を基準とすると 0 の付近が突出し、不連続な変化をしながら裾野へ向かっているが、交換価値を基準に採ると一様に滑らかな形状をとることが判る。これは足し合わせる前の単一の通貨を評価した際にも同様の特徴が見られた。

リスク計算等の際に変動分布を関数近似することを考えると、交換価値の持つ滑らかな分布形は計算精度の向上につながるだろう。

次に交換価値を含む様々なニューメーラールを用いた際の安定性の評価を比べてみたい。

その為にまず安定性の定義が必要だが、今回は不安定性の指標を”価格変動のログリターンの 2 乗和”と定め、安定性はこれに負の相関を持つものとする。この定義ならばニューメーラールのスケールに依存せず且つ定量的評価が容易に行える。

実行結果は以下の通り。

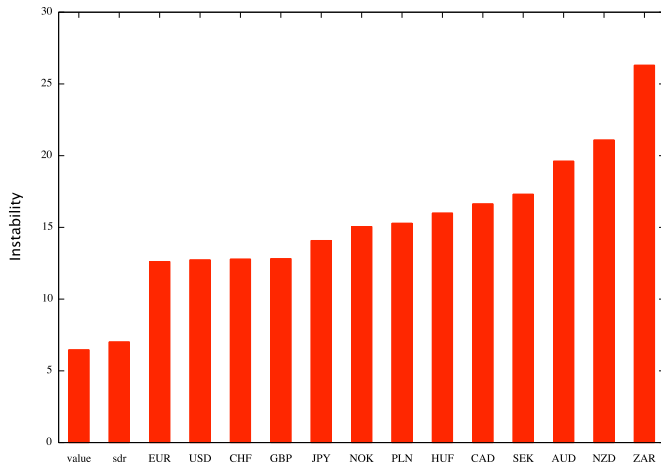


図 2: 全通貨の変動分布

結果には連動制の通貨を除いて上位の主要通貨を表示した。テクニカルな手法を用いた安定性評価であるにも関わらず、上位5つの内CHF(スイスフラン)を除く4つが、ファンダメンタルな分析から選出されたSDRの構成要素と一致することは偶然ではないだろう。

交換価値基準の場合が一番安定なのは定義より明らかだが、2番目のSDRと評価にあまり差がないのは偶然なのか必然なのか、残念ながらここからだけでは判別できない。

4 纏めと展望

本研究では新しい交換価値の定義を導入することにより、(分散を評価基準とした)安定性の高いニューメレルールとして交換価値を利用できることが判った。また、交換価値には関数近似に適した性質があることも確認できた。

しかし、今回は交換価値の経済における具体的な応用方法や、その有効性の定量的評価を実施するには至らなかった。また、計算に用いた市場価格の量的規模も非常に小さく、十分な検証であったとは言い難い。今後はこれらの課題に取り組み、交換価値の実用化に向けて尽力したい。

参考文献

- [1] Keynes J. M. The Method of Index Numbers with Special Reference to the Measurement of General Exchange Value Collected Writenigs of John Maynard Keynes, vol.11, The Royal Economic Society, London (1909)
- [2] Ludwig von Mises : The Theory of Money and Credit, Chapter 11: The Problem of Measuring the Objective Exchange Value of Money and Variations in It (1912)
- [3] Keynes J. M. The General Theory of Employment, Interest and Money Chapter 21: The theory of Prices (1935)
- [4] Markowitz H. M. Portfolio Selection The Journal of Finance, Vol. 7, No1.(1952)
- [5] Edgeworth F. Y. First momorandum on Variations in the Value of Money Papers relating to Political Economy, vol.1, The royal Economic Society, London (1925)
- [6] Edgeworth F. Y. Third momorandum on Variations in the Value of Money Papers relating to Political Economy, vol.1, The royal Economic Society, London (1925)
- [7] Sharpe, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk Journal of Finance (1964)
- [8] Koji AOYAMA, wataru TAKAHASHI : Convergence theorems for a sequence of nonexpansive mappings, 2000 Mathematics Subject Classification (2000)
- [9] 藤原 新 : 「一般的交換価値」の測定とケインズの指数論 (2008)