

人工市場シミュレーションを用いたバッチオークションの分析

水田 孝信*1 和泉 潔*2
Takanobu Mizuta Kiyoshi Izumi

*1 スパークス・アセット・マネジメント株式会社
SPARX Asset Management Co., Ltd.

*2 東京大学大学院 工学系研究科
School of Engineering, The University of Tokyo

近年、取引市場同士の競争や投資家の要望などにより、取引市場のシステムの高速化が進んだ。取引システムの高速化により、流動性を供給して利益を得るマーケットメーカー戦略の注文量が以前より増え流動性が向上したという評価がある一方、投資家同士の取引のスピード競争を招き、その競争のために費やされたシステムコストは他の投資家に転化されるという批判がある。高速な取引の優位性を無効にする取引方式としてバッチオークション方式が提案されているが、流動性を供給するマーケットメーカー戦略は損益のリスクが高くなるため継続することが難しくなり、流動性の供給が減ってしまい、むしろ投資家の取引コストが上昇する可能性があるという批判もある。本研究では、ザラバ方式とバッチオークション方式を比較可能な人工市場シミュレーションを用いて、マーケットメーカー戦略の損益のリスクを分析することによりその存続可能性を議論し、マーケットメーカー戦略がバッチオークション方式においても流動性を供給し続けることができるかどうかを調べた。その結果、板寄せ間隔が大きくなると、取引成立率が減少し流動性供給が減少する可能性が示された。さらに、板寄せ間隔が大きくなると、オーバーナイトのポジションをゼロにすることが難しく上にポジションも大きく価格変動リスクが大きくなり、リスクをおさえてマーケットメーカー戦略を継続することが困難になる可能性が示された。さらに、ザラバ方式のときのみに、リスクに見合った収益を得る可能性がある可能性が示され、バッチオークション方式のときは、少なくともザラバ方式では機能したマーケットメーカー戦略では、リスクに見合った収益をあげるのは難しくなる可能性が示された。これらの示唆は、ザラバ方式では流動性を供給していたマーケットメーカー戦略が、バッチオークション方式になるとその供給を維持できなくなり、それらが撤退することにより、流動性が低下する可能性を暗示しているとも考えることができる。

1. はじめに

2000年代から2010年代初頭にかけて、取引市場同士の競争や投資家の要望などにより、取引市場のシステムの高速化が進んだ*1。取引システムの高速化により、売り買いともに注文を常に提示して他の投資家に取引機会(流動性)を提供することで提示した売り買いの価格差(注文スプレッド)分の利益を得るマーケットメーカーという投資戦略の注文量が以前より増え、流動性が向上したという評価がある。一方で、過度な高速化は取引市場のシステムコストを増大させるだけでなく、投資家同士の取引のスピード競争を招き、その競争のために費やされたシステムコストは取引コストとして他の投資家に転化されているという批判がある [Farmer 12, Budish 15]。

[Budish 15] は、そのような投資家の取引の高速化競争を終わらせる方法として、高速な取引の優位性を無効にする取引方式としてバッチオークション方式を提案した。現在多くの取引市場で、売り手と買い手の双方が価格を提示し売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する、ザラバ方式(連続ダブルオークション方式)が採用されている。一方、バッチオークション方式では、ある程度の期間、例えば数秒といった期間、注文を成立させず注文の受付のみを行い、その期間が終わると集まった注文をつき合わせて取引価格の決定を行う。こうすることにより、高速な取引の優位性がなくなるため、投資家同士のスピード競争をしなくてよくなるという主張である。

[Budish 15] はさらに、実証分析と簡単なモデルによる分析により、ザラバ方式では非常に短い期間のみ裁定機会が存在するが、バッチオークション方式ではそれがなくなり、高速化競

争をしなくてすむと主張した。また [Fricke 15] は簡単なモデルを用いて、ボラティリティ(価格変動の大きさ)がもっとも小さくなるなどの条件から、バッチオークション方式の最適な注文受付期間を議論した。さらに [Manahov 16] は簡単なモデルを用いた実証分析からレイテンシーアービトラージ*2が可能な時間スケールを算出し、それを防ぐ観点からバッチオークション方式の最適な注文受付期間を議論した。

一方、バッチオークション方式には批判も多い。[大墳 14] は、流動性を供給して利益を得るマーケットメーカー戦略において、バッチオークション方式だといくらで取引が成立するか見込みづらくなるためこの戦略の損益のリスクが高くなり、継続することが難しくなり、流動性の供給が減ってしまう可能性を指摘している。流動性の供給が減ると、最良の買い注文価格と売り注文価格の差が大きくなるなどして、むしろ他の投資家の取引コストが上昇することや、そもそも取引できる機会が減ってしまうことが考えられる*3。

実際、[Budish 15, Fricke 15] のモデルでは、流動性を供給する投資家の損益は考慮しておらず、[大墳 14] が指摘する流動性を供給する投資家の存続可能性を取り扱っていない。

流動性を供給する投資家の存続可能性を取り扱った実証研究として [Bellia 15] がある。[Bellia 15] は参考になる事例として、東京証券取引所において、取引開始・終了時に行われる板寄せ方式のときとその間に行われるザラバ方式のときの注文データを比較する実証分析を行い、マーケットメーカー戦略

連絡先: 水田 孝信, mizutata@gmail.com

<http://www.mizutatakanobu.com/jindex.htm>

† 本稿は JPX ワーキングペーパー [水田 16a] を再構成したものである。

*1 優れたレビューとして [清水 13] がある。また、取引市場間の競争における高速化の重要性についての解説に [水田 12] がある。

*2 大口注文を複数の市場に分割して出したとき、各注文が各市場に到達するまでにかかるわずかな時間差を利用して、他の投資家が裁定取引を行うこと。特に米国では、他の市場の方が有利な価格で取引できる注文を受けた市場は、その有利な価格で取引できる市場にその注文を回送する義務があり、この回送の速度が遅いために裁定機会が発生することがあり、その是非が大きな議論となっている。日本では米国ほど市場は分断されておらずこのような回送義務もないため、このような裁定機会ほとんどないと考えられている。詳しくは [大墳 14]。

*3 [大墳 14] はさらに、バッチオークション方式では注文受付期間の最後の方に注文が集中して従来以上の高速化競争になる可能性も指摘している。

を行っていると考えられる投資家は板寄せ方式のときよりもザラバ方式のときのほうが取引への参加率が高いことを示した。この戦略は取引の成立が即座に行われることが重要であり、仮にバッチオークション方式になった場合、流動性を供給する取引参加が減る可能性を指摘している。

ザラバ方式からバッチオークション方式への変更という事例はないため実証研究は不可能である。また、先に述べたような参考になる事例はあるものの、価格形成や流動性にはさまざまな要因が複雑に関わっているため、実証研究では制度の違いの効果だけを取り出すことは困難である。

このような実社会で導入されたことがないシステムを検証する方法として、コンピュータ上で仮想的にその状況を作り出し検証する、社会シミュレーションという手法がある。社会シミュレーションは、例えば、自動車道の整備が交通渋滞へ与える影響分析や、テロや火災、伝染病が発生した場合の避難の方法やあるべき対策の分析などで、大きな成果をあげている^{*4}。

金融市場に関する社会シミュレーションは、エージェントベースドモデルの一種である人工市場モデルを用いて行われる。人工市場モデルを用いたシミュレーション(人工市場シミュレーション)を用いれば、これまでに導入されたことがない金融市場の規制・制度も議論することができるうえ、その純粋な影響を抽出できる。これが人工市場シミュレーション研究の強みである。

近年、学術界のみならず金融の規制当局や取引所関係者も、金融市場の規制や取引所の制度などを分析する人工市場シミュレーションに興味を示し始めている。実際、NATURE 誌と並んで最も権威がある学術雑誌である SCIENCE 誌に掲載された [Battiston 16] では、“2008 年の金融危機以降、経済や金融市場を理解するために、ネットワーク理論や(人工市場モデルを含む) エージェントベースドモデルといった複雑系理論を用いた手法に関心が集まってきている”と述べ、さらに“金融の複雑系に潜む正のフィードバック現象を弱くし金融システムの安定化させるような、政策や規制はどのようなものかの知見を得られる。”と述べている。

そして、多くの人工市場シミュレーション研究が新しい金融市場の規制や制度、新しい方式の市場を分析し、どのような規制や制度が良いかという議論に貢献した^{*5}。

JPX ワーキングペーパーにおいても人工市場シミュレーションを用いた金融市場の制度変更の影響を分析したものがいくつかある。[水田 13] は呼び値の刻みの変更が価格形成に与える影響を、[草田 15a, 草田 15b] はマーケットメーカーの有無が流動性に与える影響を、[水田 15, Mizuta 16c] は取引所システムの高速化が市場効率性に与える影響を調べた。

しかしながら、人工市場シミュレーションを用いて、バッチオークション方式の市場においてマーケットメーカー戦略の損益のリスクを分析し、その存続可能性を議論した研究はない。

そこで本研究では、[草田 15a, 草田 15b] の人工市場モデルをベースに、板寄せ間隔 δt というパラメーターを新たに導入することにより、ザラバ方式 ($\delta t = 1$) とバッチオークション方式 ($\delta t > 1$) を連続的に変更できる価格決定メカニズムを実装し、マーケットメーカー戦略の損益のリスクを分析することによりその存続可能性を議論し、マーケットメーカー戦略が流動性を供給し続けることができるかどうかを調べる。

2. 人工市場モデル

[Chiarella 02] では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質 (stylized fact) を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。[水田 13] では、[Chiarella 02] のモデルをベースにモデルを構築し、[Chiarella 02] のモデルでは再現されていなかった約定件数やキャンセル率、1 ティックごとの騰落率の標準偏差など、高頻度な時間スケールでの性質 (マーケット・マイクロ・ストラクチャー) も再現した。[草田 15a, 草田 15b] では、[水田 13] のモデルに、[Nakajima 04] をベースにモデル化したマーケットメーカー戦略を行うエージェントを追加した。

本研究では [草田 15a, 草田 15b] の人工市場モデルをベースに、板寄せ間隔 δt というパラメーターを新たに導入することにより、ザラバ方式 ($\delta t = 1$) とバッチオークション方式 ($\delta t > 1$) を連続的に変更できる価格決定メカニズムを実装した。本研究の目的にはモデルがシンプルであることはとても重要である。モデル構築の基本理念は本稿の付録“モデル構築の基本理念”にて説明した。

2.1 価格決定メカニズム

本モデルでは、板寄せ間隔 δt を導入することにより、ザラバ方式 ($\delta t = 1$) とバッチオークション方式 ($\delta t > 1$) を連続的に変更できる価格決定メカニズムを構築した。

ザラバ方式は、売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する方式である。バッチオークション方式では、ある程度の期間注文を成立させず注文の受付のみ行う。その期間が終わると、買い手は高い注文価格の注文から売り手は安い注文価格の注文から順に取引を成立させていき、付き合わせる注文がなくなるまで繰り返したところで取引価格の決定を行う。この注文の付け合せと取引価格の決定を行う作業を板寄せとよぶ。

本研究ではノーマルエージェント (NA) が注文を出すごとに時刻 t が 1 増える。板寄せの時間間隔を δt とし、 $\delta t = 1$ のとき、注文が入るたびに板寄せが行われてザラバ方式と一致するようにモデル化した。時刻 t に板寄せが行われたとき、残った注文の仲値 (最も高い買い注文の価格と最も安い売り注文の価格の平均) を取引価格 P^t とする。また、板寄せが行われない時刻 t においても、仮にその時刻に板寄せをした場合に決定される取引価格 (取引見込み価格) を求めそれを P^t とする。これにより、 δt がいかなる値であっても、すべての時刻 t において、取引価格 (取引見込み価格) P^t が連続的に算出される。

図 1 に本研究の価格決定メカニズムの例を示す。図 1 の上の段は $\delta t = 1$ (ザラバ方式) の場合、下の段は $\delta t = 4$ (バッチオークション方式) であり、左から時刻 $t = 0, 1, 2, 3, 4$ のときの注文状況を示している。 $t = 0$ では、 $\delta t = 4$ でも板寄せが起きた直後であり、同じ注文状況であったとする。 $t = 1$ において、価格 99 の売り注文 (新規注文) があった。 $\delta t = 1$ では、この新規注文は価格 99 の買い注文と取引が成立しこの買い注文は消える。一方、 $\delta t = 4$ では板寄せを行う時刻ではないため、新規注文を残す。同様に、 $t = 2, 3$ において、新規注文として、価格 100 の買い、価格 101 の買いの注文が来るが、 $\delta t = 1$ の場合はいずれも取引が成立し、 $\delta t = 4$ の場合は板寄せを行う時刻ではないため、新規注文を残す。 $t = 4$ において、新規注文として価格 98 の売り注文が来る。 $\delta t = 1$ の場合は、やはり取引が成立する。 $\delta t = 4$ においては、 $t = 4$ は板寄せを行う時刻のため、買い手は高い注文価格の注文から売り手は安い注文価格の注文から順に取引を成立させていき、付き合わせる注文がなくなるまで繰り返す。その結果、価格 101 の買いと価格

*4 例えば、[出口 09, 実世 12] などが詳しい。

*5 優れたレビューとして、[LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12, Cristelli 14, Mizuta 16b]。また、人工市場シミュレーションの長所および限界については、本稿の付録“モデル構築の基本理念”も参照。

	新規注文 時刻 $t=0$	売り 99 $t=1$	買い 100 $t=2$	買い 101 $t=3$	売り 98 $t=4$
ザラバ方式 $\delta t=1$	売り 価格 買い	売り 価格 買い	売り 価格 買い	売り 価格 買い	売り 価格 買い
	1 101	1 101	1 101	1 101 1	1 101
	1 100	1 100	1 100 1	100	100
	99 1	1 99 1	99	99	99
	98 1	98 1	98 1	98 1	1 98 1
		即座に 取引成立	即座に 取引成立	即座に 取引成立	即座に 取引成立
バッチオーク ション方式 $\delta t=4$	売り 価格 買い	売り 価格 買い	売り 価格 買い	売り 価格 買い	売り 価格 買い
	1 101	1 101	1 101	1 101 1	1 101 1
	1 100	1 100	1 100 1	1 100 1	1 100 1
	99 1	1 99 1	99 1	99 1	1 99 1
	98 1	98 1	98 1	98 1	1 98 1
		取引成立 させない	取引成立 させない	取引成立 させない	特定の時刻が 来ると取引成立

図 1: 価格決定メカニズムの例

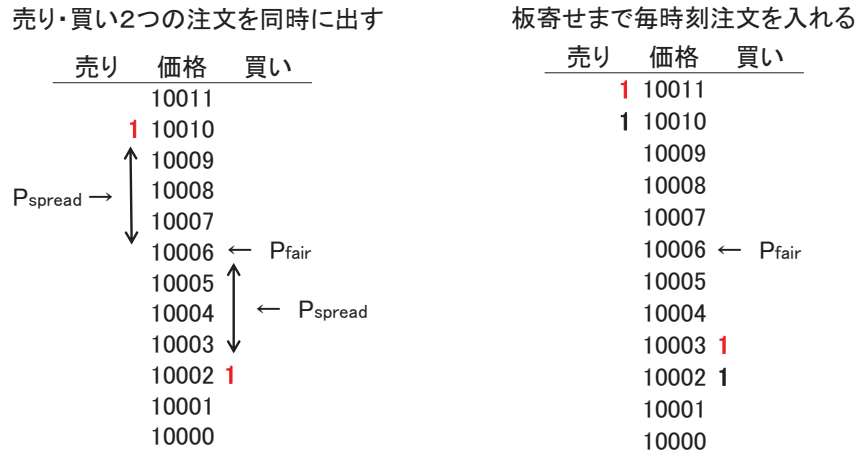


図 2: マーケットメーカーエージェント (MM) の注文

98 の売り, 価格 100 の買いと価格 99 の売りがそれぞれ付け合わされ, 取引は価格はそれらの注文を削除した後の仲値である 99.5 で決定する.

ここで $t = 4$ において残った注文が異なることに注目すべきである. $\delta t = 1$ の場合は, すべての注文がなくなっており, $\delta t = 4$ の場合は, 4 つの注文が残っている. そして, $\delta t = 1$ の場合は, 数量 4 の買い注文が成立しているのに対して, $\delta t = 4$ の場合は, 数量 2 の買い注文のみ成立している. このように δt に応じて, 価格形成や注文状況は異なるものとなる.

2.2 エージェント

本モデルは 1 つの証券のみを取引対象とする. n 体のノーマルエージェント (NA) と 1 体のマーケットメーカーエージェント (MM) がいる. NA はエージェント番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots$ と注文を出す. MM は NA が注文を出す直前に買いと売りの 2 つの注文を出す. 図 2 に示すように, MM は板寄せが行われるまで毎時刻注文を入れ, 板寄せ直後にすべての注文をキャンセルする. NA の注文は, 注文を行ってからキャンセル時間 t_c だけ経過した場合キャンセルされる. 最後の NA, $j = n$ が注文を出すと, 次の時刻にはまた初めの NA,

$j = 1$ から注文を出し繰り返される. 時刻 t は 1 体の NA が注文を出すごとに 1 増える.

注文数量は常に 1 と一定とする. また, いずれのエージェントも保有する資産の数量に制限はなく (キャッシュが無量大), マイナスの保有数量 (空売り) にも制限はない. 価格の変化幅の最小単位 (呼値の刻み) は δP とし, それより小さい端数は, 買い注文の場合は切り捨て, 売り注文の場合は切り上げる.

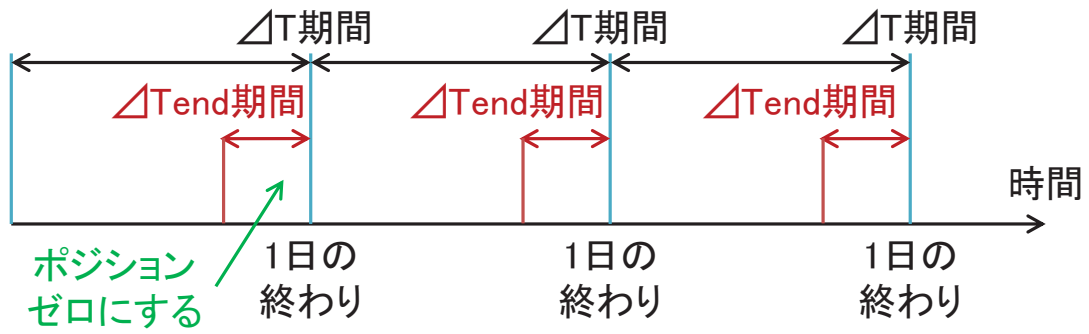
2.2.1 ノーマルエージェント (NA)

NA は, 実際の市場の価格形成の性質を再現するために導入するものであり, stylized fact や高頻度取引にかかわる統計量を再現するなるべくシンプルな, ごく一般的な投資家をモデル化したものとした.

NA は注文価格 $P_{o,j}^t$, 売り買いの別を以下のように決める. 時刻 t に NA, j が予想する価格の変化率 (予想リターン) $r_{e,j}^t$ は,

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{w_{1,j} + w_{2,j} + u_j} \left(w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^t} + w_{2,j} r_{h,j}^t + u_j \epsilon_j^t \right). \quad (1)$$

ここで, $w_{i,j}$ は時刻 t , NA, j の i 項目の重みであり, シミュ



PMM3

ポジションが増加する注文を出さない

最後 ΔT 期間、売り持ちの場合

売り	価格	買い
×	10011	
出さない \uparrow	10010	
	10009	← P _{fair}
	10008	
	10007	1

PMM4

ポジションが減少する注文を反対側の価格で出す

最後 ΔT 期間、売り持ちの場合

売り	価格	買い
	10011	1 ←ここに出す
	10010	
	10009	← P _{fair}
	10008	
	10007	

図 4: マーケットメーカーエージェント (MM) がポジションを閉じる時間帯に出す注文

レーション開始時に、それぞれ 0 から $w_{i,max}$ まで一様乱数で決める。 u_j は NA, j の 3 項目の重みであり、シミュレーション開始時に 0 から u_{max} まで一様乱数で決める。 \log は自然対数である。 P_f は時間によらず一定のファンダメンタル価格、 P^t は前節で定義された取引価格 (取引見込み価格)、 ϵ_j^t は時刻 t , エージェント j の乱数項であり、平均 0, 標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は時刻 t に NA, j が計測した過去リターンであり、 $r_{h,j}^t = \log(P^t/P^{t-\tau_j})$ である *6。ここで τ_j はシミュレーション開始時に 1 から τ_{max} までの一様乱数で NA ごとに決める。

式 (1) の第 1 項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの予想リターンを高めればマイナスの予想リターンを示す、ファンダメンタル価値を参照して投資判断を行うファンダメンタル投資家の成分である。第 2 項目は過去のリターンがプラス (マイナス) ならプラス (マイナス) の予想リターンを示す、過去の価格推移を参照して投資判断を行うテクニカル投資家の成分であり、第 3 項目はノイズを表している。

予想リターン $r_{e,j}^t$ より予想価格 $P_{e,j}^t$ は、

$$P_{e,j}^t = P^t \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

で求まる。注文価格 $P_{o,j}^t$ は平均 $P_{e,j}^t$, 標準偏差 P_σ の正規分布乱数で決める。ここで、 P_σ は定数である。そして、売り買いの別は予想価格 $P_{e,j}^t$ と注文価格 $P_{o,j}^t$ の大小関係で決める。すなわち、

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら数量1の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら数量1の売り} \end{aligned} \quad (3)$$

とする *7。

*6 ただし、 $t < \tau_j$ のときは、 $r_{h,j}^t = 0$ とした。

*7 ただし、 $t < t_c$ のときは十分な板の厚さを確保するため、 $P_f >$

2.2.2 マーケットメーカーエージェント (MM)

本研究では [草田 15a, 草田 15b] をベースにマーケットメーカーエージェント (MM) をモデル化した。図 2 に示すように MM は、フェアバリュー P_{fair} より注文スプレッド P_{spread} だけ高い値段 ($P_{fair} + P_{spread}$) に数量 1 の売り注文、 P_{spread} だけ安い値段 ($P_{fair} - P_{spread}$) に数量 1 の買い注文を入れる。MM は NA が注文を出す直前にこれらの注文を出し、板寄せが行われるまで毎時刻注文を入れる。こうすることにより、 δt の値によらず MM の総注文数量は同じとなる。そして板寄せ直後にすべての注文をキャンセルする。

MM には以下の 4 種類を実装した。1 つめはシンプル MM(SMM) であり、 $P_{fair} = P^t$ とする。2 つめはポジション MM(PMM) であり、

$$P_{fair} = (1 - kS^3)P^t \quad (4)$$

とする。ここで、 k は定数、 S は MM の保有数量 (ポジション) である。ポジションが正 ($S > 0$) の場合、 P_{fair} は P^t より小さくなり、買い注文も売り注文も安くなる。買い注文は取引成立しづらくなり、売り注文は取引成立しやすくなるため、ポジションの絶対値 $\|S\|$ が減少しやすくなる。ポジションが負 ($S < 0$) の場合、 P_{fair} は P^t より大きくなり、買い注文も売り注文も高くなる。買い注文は取引成立しやすくなり、売り注文は取引成立しづらくなり、ポジションの絶対値 $\|S\|$ は減少しやすくなる。つまり、PMM は SMM に比べ、ポジションをおさえ、ポジションが大きくなることによる価格変動のリスクをおさえることができる。

実際の市場においても、マーケットメーカー戦略をとる投資家は価格変動のリスクをおさえるために、不要なポジション

$P_{o,j}^t$ なら数量 1 の買い、 $P_f < P_{o,j}^t$ なら数量 1 の売りとする。また、 $P^t = P_f$ とする

をとらないように工夫している。特に、1日の取引時間が終了してから翌営業日の取引時間が開始するまでの時間(オーバーナイト)にポジションがあると、オーバーナイトに大きな出来事があった場合などに大きな価格変動リスクが発生するため、オーバーナイトはポジションをゼロにすることがほとんどである。そのため本研究では、[草田 15a, 草田 15b]では考慮されていなかった、オーバーナイトのポジションをゼロにするPMMを2種類実装した。

図3は1日の定義とポジションをゼロにする期間を示した。1日の長さは ΔT とし、この期間のうち最後の ΔT_{end} 期間に、PMMはポジションをゼロにするための工夫を行う。その1つめはPMM3であり、図4の左に示すように、ポジションが正($S > 0$)のときは買い注文を出さない、ポジションが負($S < 0$)のときは売り注文を出さないというものである。もうひとつはPMM4であり、図4の右に示すように、ポジションが正($S > 0$)のときは買い注文を出さないのみならず、売り注文の価格を $P_{fair} - P_{spread}$ (買い注文で使用する予定だった価格)に変更し、ポジションが負($S < 0$)のときは売り注文を出さないのみならず、買い注文の価格を $P_{fair} + P_{spread}$ (売り注文で使用する予定だった価格)に変更する。

PMM4はPMM3よりも、より取引が成立しやすい価格で注文を出すことにより、より積極的にポジションを0にすることを目指す。しかしながら、NAが供給した注文に自身の注文を対当させる、すなわち流動性を奪う注文を出すため、 $\|S\|$ が大きかった場合、一方向に価格を変動させてしまいながら $\|S\|$ を減らすことになり、価格変動リスクが高くなってしまう。そのため、もっとも現実的なモデルはPMM3であるが、次章で述べるように、 δt が大きい場合はPMM3では1日の終わりにポジションを0にできないため、PMM4を用意した。

3. シミュレーション結果

本研究では[水田 13]および[草田 15a, 草田 15b]と同じである以下のパラメータを用いた。具体的には、 $n = 1,000$, $w_{1,max} = 1$, $w_{2,max} = 10$, $u_{max} = 1$, $\tau_{max} = 10,000$, $\sigma_\epsilon = 0.06$, $P_\sigma = 30$, $t_c = 20,000$, $\delta P = 0.02$, $P_f = 10,000$, $k = 0.00000005$, $\Delta T = 20,000$, $\Delta T_{end} = 2,000$ とした。またシミュレーションは時刻 $t = t_e = 10,000,000$ まで行った*8。

また、4種類のMM、 $P_{spread}/P_f = 0.03\%, 0.1\%, 0.3\%, 1\%$ および $\delta t = 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000$ に対して*9、その他の条件を乱数表も含め全く同じにして、各種統計値を算出する。これを乱数表を変更して100回行い、その平均値を以後用いる。

3.1 注文スプレッド P_{spread} と取引成立率

表1は、板寄せ間隔 δt 、MMの注文スプレッド P_{spread}/P_f ごとのMMの取引成立率を示した。取引成立率は、取引成立数量/総注文数量とした。MMはPMM4を用いた。

δt が大きくなると、MMの取引成立率が減少しているのが分かる。MMは注文を常に提示してNAに取引機会(流動性)を提供しているため、MMの取引成立率の減少は流動性の減少を示唆している。よって、 δt は小さい方がMMにより流動性が供給され、ザラバ方式が最もMMによる流動性供給が多い可能性を示している。

*8 これらのパラメータの妥当性検証については本稿の付録“モデルの妥当性検証”で説明した。さらなる詳細は[水田 14]に書かれている。

*9 つまり、4種類のMM、4通りの P_{spread} 、10通りの δt の計、160(=4×4×10)通りのケースを試した。

P_{spread}/P_f が大きくなると当然、MMの取引成立率は小さくなる。 $P_{spread}/P_f = 0.1\%$ の場合、 $\delta t = 1$ ならまだ現実的な取引成立率であり分析可能であるが、 $\delta t \geq 50$ で取引がほとんどなくなり、以下で調べるMMのポジションや損益の分析が意味をなさなくなる。そのため以後は、 $\delta t \geq 50$ でも意味のある分析できるように、 $P_{spread}/P_f = 0.03\%$ を用いる。

3.2 MMの種類ごとのポジション

表2は、板寄せ間隔 δt 、MMの種類ごとの、全期間または1日の終わりのみで計測したポジションの絶対値 $\|S\|$ の平均を示した。 $P_{spread}/P_f = 0.03\%$ とした。

実際の市場においては、マーケットメーカー戦略をとる投資家は価格変動のリスクをおさえるために、不要なポジションをとらないように工夫している。特に、1日の取引時間が終了してから翌営業日の取引時間が開始するまでの時間(オーバーナイト)にポジションがあると、オーバーナイトに大きな出来事があった場合などに大きな価格変動リスクが発生するため、オーバーナイトはポジションをゼロにすることがほとんどである。

そのため、少なくとも1日の終わりのみで計測した $\|S\|$ の平均が大きいと、リスクが高すぎて現実的でないといえる。1日の終わりに $\|S\|$ を小さくすることをモデル化していないSMMとPMMは当然、これらの値が0となっておらず現実的でない。

PMM3においては、 δt が小さい場合は、これらの値が0となっており、オーバーナイトのリスクをとらずにすんでいる。一方、 $\delta t \geq 20$ の場合は、 $\|S\| = 0$ に出来ておらず、オーバーナイトのリスクにさらされており、現実的でない。さらに、前節で述べたように δt が大きいほど取引成立が少ないにもかかわらず、全期間での $\|S\|$ が大きくなっており価格変動リスクが高まっている。すなわち、 δt が大きい場合、オーバーナイトの $\|S\| = 0$ を実現することが難しい上にポジションも大きく価格変動リスクが大きくなり、リスクをおさえてマーケットメーカー戦略を継続することが困難になる可能性を示している。

PMM4のように積極的な価格で $\|S\|$ を減らす注文を出して始めて、 $\delta t \geq 20$ の場合でも $\|S\|$ を0近くに減らすことができている。PMM4では、NAが供給した注文に自身の注文を対当させる、すなわち流動性を奪う注文を出すため、 $\|S\|$ が大きかった場合、一方向に価格を変動させてしまいながら $\|S\|$ を減らすことになり、価格変動リスクが高くなってしまう。そのような取引をしなければ $\delta t \geq 20$ の場合は、 $\|S\|$ を0近くに減らすことができない。このことから δt が大きい場合、オーバーナイトの $\|S\| = 0$ を実現するにはまた別のリスクをとる必要があり、リスクをおさえてマーケットメーカー戦略を継続することが困難になる可能性を示している。 δt が大きい場合は、リスクがあるとはいえ、PMM4が唯一、オーバーナイトの $\|S\|$ を0近くにできるので、以後、PMM4を用いる。

3.3 最終損益

表3は、板寄せ間隔 δt ごとの、MMの最終損益/ P_f 、ポジションの絶対値 $\|S\|$ の平均、MMとNAの取引成立率を示した。MMはPMM4用い、 $P_{spread}/P_f = 0.03\%$ とした。

$\delta t = 2, 5, 10$ の場合、MMの損益は負となっており損をしている。本研究では、市場が非常に安定しているとき、すなわちMMにとっては最も収益があげやすい環境のみを取り扱っている。それにもかかわらず収益をあげられていないということは、現実の市場ではさらに収益を上げるのは厳しいと考えられる。 $\delta t = 20, 50, 100, 200$ の場合でも収益はあるとはいえ、 $\delta t = 1$ の場合に比べ小さく、前節までに述べたように δt が大きいほど価格変動リスクが大きいことを考えると、 $\delta t = 1$

表 1: 板寄せ間隔 δt , MM の注文スプレッド P_{spread}/P_f ごとの MM の取引成立率 (PMM4)

MM の取引成立率	P_{spread}/P_f			
	0.03%	0.10%	0.30%	1.00%
1(ザラバ方式)	8.06%	1.53%	0.00%	0.00%
2	6.30%	0.88%	0.00%	0.00%
5	3.93%	0.37%	0.00%	0.00%
10	2.47%	0.14%	0.00%	0.00%
20	1.49%	0.02%	0.00%	0.00%
50	0.77%	0.00%	0.00%	0.00%
100	0.48%	0.00%	0.00%	0.00%
200	0.32%	0.00%	0.00%	0.00%
500	0.21%	0.00%	0.00%	0.00%
1000	0.22%	0.00%	0.00%	0.00%

表 2: 板寄せ間隔 δt , MM の種類ごとの, 全期間または 1 日の終わりのみで計測したポジションの絶対値 $\|S\|$ の平均 ($P_{spread}/P_f = 0.03\%$)

$\ S\ $ の平均	SMM		PMM		PMM3		PMM4	
	全期間	1 日の 終わりの のみ	全期間	1 日の 終わりの のみ	全期間	1 日の 終わりの のみ	全期間	1 日の 終わりの のみ
1(ザラバ方式)	12,357	12,371	3.18	3.08	2.90	0.00	2.89	0.00
2	17,42	17,441	3.10	3.25	2.79	0.00	2.79	0.00
5	4,409	4,414	3.87	3.95	3.48	0.00	3.48	0.00
10	1,744	1,744	4.44	4.34	4.01	0.02	3.96	0.00
20	548	548	4.84	4.71	4.52	0.78	4.35	0.00
50	384	385	5.27	5.14	5.02	2.63	4.63	0.00
100	369	370	5.57	5.51	5.56	4.26	4.80	0.00
200	174	174	5.91	6.11	5.92	5.69	4.38	0.00
500	72	71	5.75	6.06	5.70	5.81	2.32	0.03
1000	290	290	5.94	6.11	5.61	5.80	1.76	0.06

の場合に比べマーケットメーカー戦略を継続することが困難になっているといえる。少なくとも, $\delta t = 1$ の場合に比べ, リスクに見合った収益をあげづらくなる可能性が示されている。

4. まとめと今後の課題

本研究では [草田 15a, 草田 15b] の人工市場モデルをベースに, 板寄せ間隔 δt というパラメーターを新たに導入することにより, ザラバ方式 ($\delta t = 1$) とバッチオークション方式 ($\delta t > 1$) を連続的に変更できる価格決定メカニズムを実装し, マーケットメーカー戦略の損益のリスクを分析することによりその存続可能性を議論し, マーケットメーカー戦略が流動性を供給し続けることができるかどうかを調べた。

その結果, δt が大きくなると, MM の取引成立率が減少し MM による流動性供給が減少する可能性が示された。さらに, δt が大きくなると, オーバーナイトのポジションをゼロにすることが難しい上にポジションも大きく価格変動リスクが大きくなり, リスクをおさえてマーケットメーカー戦略を継続することが困難になる可能性が示された。さらに, $\delta t = 1$ のとき, すなわちザラバ方式のときのみ, リスクに見合った収益を得る可能性がある可能性が示され, $\delta t > 1$ のとき, すなわちバッチオークション方式のときは, 少なくともザラバ方式では機能

したマーケットメーカー戦略では, リスクに見合った収益をあげるのは難しくなる可能性が示された。

これらの示唆は, ザラバ方式では流動性を供給していたマーケットメーカー戦略が, バッチオークション方式になるとその供給を維持できなくなり, それらが撤退することにより, 流動性が低下する可能性を暗示しているとも考えることができる。これは, [大塚 14] の指摘と整合的である。

今後の課題は, バッチオークション方式に適したマーケットメーカー戦略があるか検討することである。本研究では, ザラバ方式で機能したマーケットメーカー戦略がバッチオークション方式では機能しない可能性を示した。しかし, バッチオークション方式でのみ機能するマーケットメーカー戦略が存在することは否定できず, 今後の課題である。また, 本研究では待機している注文が非常に多い (板が厚い) 状況のみを取り扱った。板が薄い銘柄では, バッチオークション方式の方が注文を出しやすく流動性が高まることも考えられ, 今後の課題である。さらに, そもそも流動性を供給するマーケットメーカー戦略があまり参加していない銘柄では, 本研究の議論は成り立たず今後の課題である。

さらに, 既に述べたように, 人工市場シミュレーションはその導入の純粋な効果を見ることができうるうえ, 過去に導入されたことがないものも分析することができる。ただその効果は

表 3: 板寄せ間隔 δt ごとの, MM の最終損益, ポジションの絶対値 $\|S\|$ の平均, MM と NA の取引成立率 (PMM4, $P_{spread}/P_f = 0.03\%$)

	MM の 最終損益 / P_f	$\ S\ $ の平均			NA の 取引成立率
		全期間	1 日の 終わり のみ	MM の 取引成立率	
1(ザラバ方式)	51.98	2.89	0.00	8.06%	39.1%
2	-29.42	2.79	0.00	6.30%	39.1%
5	-14.90	3.48	0.00	3.93%	37.6%
10	-4.08	3.96	0.00	2.47%	36.3%
δt	20	1.51	4.35	0.00	34.9%
	50	3.68	4.63	0.00	33.4%
	100	2.53	4.80	0.00	32.5%
	200	0.93	4.38	0.00	31.8%
	500	-0.06	2.32	0.03	0.21%
1000	-0.10	1.76	0.06	0.22%	30.5%

確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割であり、人工市場シミュレーションの限界である。そのため、さらなる詳細な議論では、実証分析など他の手法の結果と比較検討する必要がある。

付録

モデル構築の基本理念

人工市場シミュレーションを用いれば、これまでに導入されることがない金融市場の規制・制度も議論することができるうえ、その純粋な影響を抽出できる。これが人工市場シミュレーション研究の強みである。そして、多くの人工市場シミュレーション研究が規制や制度の変更や、新しいタイプの市場を分析してきた [LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12, Cristelli 14, Mizuta 16b]。

ただその効果は確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割となる。金融市場でこれから実際におこる現象を定量的にも忠実に再現することが目的ではなく、規制や制度の変更が、どのようなメカニズムで価格形成に影響を与え、どのようなことが起こり得るのかという知識獲得が目的である。これは例えば実証分析など他の手法ではできないことである。

人工市場モデルは普遍的に存在するマクロ現象を再現すべきであると考えられる。人工市場シミュレーションでは、マクロ現象である市場価格の騰落率や売買数量をモデル化しない。あくまで、投資家を模した“エージェント”と取引所を模した“価格決定メカニズム”といったミクロメカニズムをモデル化し、そのミクロメカニズムの相互作用の積み上げとしてマクロ現象が出力される。そのため、ミクロメカニズムのモデル化は現実の市場に即したものとし、結果として出力されるマクロ現象は、現実の市場で普遍的に存在するマクロ的性質を再現するように作る必要がある。

しかし、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することは本研究の目的ではない。必要以上に多くのマクロ的性質を一つのモデルで再現しようとする、過剰に複雑なモデルをもち、関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。

実際、複雑な人工市場モデルに対して、モデルが複雑になるとパラメータが増えモデルの評価が困難になるという批判がある [Chen 12]。モデルが複雑すぎると関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。また、パラメータが増えるほどさまざまな出力がだせるようになり、モデルを作った人が導きたい結果へ恣意的に導くためのパラメータ設定が行われる恐れがある。シンプルでパラメータが少ないモデルほど、パラメータ調整によって特定の結果に導くことが困難であるため評価が容易となる。

以上により、本研究では、分析目的を果たせる範囲内なるべくシンプルなモデルの構築を行っている。実際の市場を完全に再現することを目的とせず、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することや、実際には存在するであろう投資家をすべて網羅することはあえて行っていない。

モデルの妥当性検証

人工市場モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail や volatility-clustering といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価され

表 4: ザラバ方式 ($\delta t = 1$), MM なしの場合の各種統計量

取引	約定率	32.3%
	キャンセル率	26.1%
	注文件数 / 1 日	6467
標準 偏差	1 期間	0.0512%
	1 日 ($\Delta T = 20000$)	0.562%
	尖度	1.42
	ラグ	
二乗リターンの 自己相関係数	1	0.225
	2	0.138
	3	0.106
	4	0.087
	5	0.075

[LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12, Cristelli 14, Mizuta 16b]. ファット・テールは、市場価格の騰落率の分布が正規分布ではなく裾が厚い、すなわち、尖度が正であることである。ボラティリティ・クラスターリングは市場価格の騰落率の 2 乗が、大きなラグでも自己相関係数が有意に正であることである。

[Sewell 11] など多くの研究で述べられているように、金融市場は不安定であり、安定的に、どのような時期にも有意に観測されるスタイライズド・ファクトはファット・テールとボラティリティ・クラスターリングの 2 つしかない。

しかも、これらは統計量の有意に正であることだけが安定して観測され、値そのものは、時期によって異なる。ファット・テールについては、実証分析でよく観測される騰落率の分布の尖度は 1 ~ 100 程度であり、ボラティリティ・クラスターリングについては、実証分析でよく観測される騰落率の自己相関は 0.01 ~ 0.2 程度と、かなりばらつきがある [Sewell 11]。

本研究のように、金融市場に共通する性質を分析対象とする人工市場が再現すべきは、これらの統計量が有意に正であり、問題ない範囲に値が収まっていることであって、特定の値に近づけることは本質的ではない。

表 4 は、ザラバ方式 ($\delta t = 1$), MM なしの場合の統計量を示した。統計量は 100 回の試行の平均値を用いている。約定率、キャンセル率ともにいずれのティックサイズにおいても実際の市場の値に近い値を得ており、モデルの妥当性を示唆している *10。1 日 (ΔT) ごとの騰落率の標準偏差 *11 も、概ね実際の市場に近い値が得られ、この側面からもモデルの妥当性を示唆している。

表 4 は、10 期間ごと *12 の騰落率を用いて計算した尖度と騰落率の 2 乗の

*10 約定率 = 約定件数/注文件数, キャンセル率=キャンセル件数/(注文件数+キャンセル件数)。

*11 本研究のシミュレーションではオーバーナイトの価格変動が存在しないので、ここでの 1 日ごとの騰落率の標準偏差は、実際の市場のイントラデイのボラティリティに相当する。

*12 本モデルの時刻は注文をただけで取引が成立しない場合も時刻が進むため、時刻 1 ごとの全ての価格を用いたスタイライズド・ファクトは多くの価格変動が無いデータによりバイアスがかかってしまうため、10 ステップ間隔

自己相関も示している。騰落率の尖度がプラスで、実証分析でよく観測される1～100程度の範囲に収まっている。ゆえに、ファット・テールが再現されている。また、騰落率の2乗の自己相関もラグがあってもプラスで実証分析でよく観測される0.01～0.2程度に収まっている。ゆえに、ボラティリティ・クラスターリングが再現されていると考えられる。

以上により、本研究のモデルが、約定件数やキャンセル率、1日の騰落率の標準偏差など短期のマイクロ・ストラクチャーの性質および、長期に観測される価格変動の統計的な性質も再現していることが示された。それゆえ本研究の目的である、バッチオークション方式においてマーケットメーカー戦略の存続可能性を議論するのに妥当なモデルであることが示された。

留意事項と謝辞

本論文はスパークス・アセット・マネジメント株式会社の公式見解を表すものではありません。すべては個人的見解であります。本研究の一部は、JST, CREST および JSPS 科研費 15H02745 の助成を受けたものです。

参考文献

- [Battiston 16] Battiston, S., Farmer, J. D., Flache, A., Garlaschelli, D., Haldane, A. G., Heesterbeek, H., Hommes, C., Jaeger, C., May, R., and Scheffer, M.: Complexity theory and financial regulation, *Science*, Vol. 351, No. 6275, pp. 818–819 (2016), <http://science.sciencemag.org/content/351/6275/818>
- [Bellia 15] Bellia, M., Pelizzon, L., Subrahmanyam, M. G., Uno, J., and Yuferova, D.: Low-Latency Trading and Price Discovery Without Trading: Evidence from The Tokyo Stock Exchange Pre-Opening Period, *SSRN Working Paper Series* (2015), <http://ssrn.com/abstract=2705962>
- [Budish 15] Budish, E., Cramton, P., and Shim, J.: The High-Frequency Trading Arms Race: Frequent Batch Auctions as a Market Design Response, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 130, No. 4, pp. 1547–1621 (2015), <http://qje.oxfordjournals.org/content/130/4/1547.abstract>
- [Chen 12] Chen, S.-H., Chang, C.-L., and Du, Y.-R.: Agent-based economic models and econometrics, *Knowledge Engineering Review*, Vol. 27, No. 2, pp. 187–219 (2012), <http://dx.doi.org/10.1017/S0269888912000136>
- [Chiarella 02] Chiarella, C. and Iori, G.: A simulation analysis of the microstructure of double auction markets, *Quantitative Finance*, Vol. 2, No. 5, pp. 346–353 (2002), <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1088/1469-7688/2/5/303>
- [Cristelli 14] Cristelli, M.: *Complexity in Financial Markets, Modeling Psychological Behavior in Agent-Based Models and Order Book Models*, Springer (2014), <https://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-00723-6>
- [出口 09] 出口 弘, 木嶋 恭一: エージェントベースの社会システム科学宣言—地球社会のリベラルアーツめざして, 勁草書房 (2009), <http://www.keisoshobo.co.jp/book/b26210.html>
- [Farmer 12] Farmer, D. and Skouras, S.: Review of the Benefits of a Continuous Market Vs. Randomised Stop Auctions and of Alternative Priority Rules (policy Options 7 and 12), *Manuscript, Foresight, Government Office for Science, UK* (2012), <https://www.gov.uk/government/publications/computer-trading-continuous-market-vs-randomised-stop-auctions-and-alternative-priority-rules>
- [Fricke 15] Fricke, D. and Gerig, A.: Too fast or too slow? Determining the optimal speed of financial markets, *SSRN Working Paper Series* (2015), <http://ssrn.com/abstract=2363114>
- [和泉 12] 和泉 潔: 第3章 金融市場—人工市場の観点から, 杉原 正顕 (編), 計算と社会 (岩波講座 計算科学 第6巻), 岩波書店 (2012), <http://www.iwanami.co.jp/moreinfo/0113060/>
- [実世 12] 実世界とエージェントシミュレーション協同研究委員会: 実世界とエージェントシミュレーション, 電気学会 (2012), http://www.bookpark.ne.jp/cm/ieej/detail.asp?content_id=IEEJ-GH1262-PRT
- [草田 15a] 草田 裕紀, 水田 孝信, 早川 聡, 和泉 潔: 保有資産を考慮したマーケットメイク戦略が市場間競争に与える影響: 人工市場アプローチによる分析, JPX ワーキング・ペーパー, No. 8, 日本取引所グループ (2015), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [草田 15b] 草田 裕紀, 水田 孝信, 早川 聡, 和泉 潔: 保有資産を考慮したマーケットメイク戦略が取引所間競争に与える影響: 人工市場アプローチによる分析, 人工知能学会論文誌, Vol. 30, No. 5, pp. 675–682 (2015), <http://doi.org/10.1527/tjsai.30.675>
- [LeBaron 06] LeBaron, B.: Agent-based computational finance, *Handbook of computational economics*, Vol. 2, pp. 1187–1233 (2006), [http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021\(05\)02024-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021(05)02024-1)
- [Manahov 16] Manahov, V.: A note on the relationship between high-frequency trading and latency arbitrage, *International Review of Financial Analysis* (2016), <http://dx.doi.org/10.1016/j.irfa.2016.06.014>
- [水田 12] 水田 孝信: 金融市場における最新情報技術: 1. 金融の役割と情報化の進展-市場の高速化と課題-, 情報処理, Vol. 53, No. 9, pp. 892–897 (2012), <http://id.nii.ac.jp/1001/00083434/>
- [水田 13] 水田 孝信, 早川 聡, 和泉 潔, 吉村 忍: 人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析, JPX ワーキング・ペーパー, No. 2, 日本取引所グループ (2013), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [水田 14] 水田 孝信: 人工市場シミュレーションを用いた金融市場の規制・制度の分析, PhD thesis, 東京大学大学院工学系研究科 (2014), <http://hdl.handle.net/2261/59875>
- [水田 15] 水田 孝信, 則武 誉人, 早川 聡, 和泉 潔: 人工市場シミュレーションを用いた取引システムの高速度化が価格形成に与える影響の分析, JPX ワーキング・ペーパー, No. 9, 日本取引所グループ (2015), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [水田 16a] 水田 孝信, 和泉 潔: 人工市場シミュレーションを用いたバッチオークションの分析, JPX ワーキング・ペーパー, No. 17, 日本取引所グループ (2016), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [Mizuta 16b] Mizuta, T.: A Brief Review of Recent Artificial Market Simulation (Multi-Agent Simulation) Studies for Financial Market Regulations and/or Rules, *SSRN Working Paper Series* (2016), <http://ssrn.com/abstract=2710495>
- [Mizuta 16c] Mizuta, T., Noritake, Y., Hayakawa, S., and Izumi, K.: Affecting Market Efficiency by Increasing Speed of Order Matching Systems on Financial Exchanges – Investigation using Agent Based Model, in *Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFER), 2016 IEEE Conference on, 2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence on* (2016), <http://ssci2016.cs.surrey.ac.uk/>
- [Nakajima 04] Nakajima, Y. and Shiozawa, Y.: Usefulness and feasibility of market maker in a thin market, in *ICBES (International Conference Experiments in Economic Sciences)*, Vol. 47 (2004), <http://www.cc.kyoto-su.ac.jp/project/orc/execo/EES2004/PROC/47.pdf>
- [大埴 14] 大埴 剛士: 米国市場の複雑性と HFT を巡る議論, JPX ワーキング・ペーパー, 特別レポート, 日本取引所グループ (2014), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [Sewell 11] Sewell, M.: Characterization of financial time series, *Research Note, University College London, Department of Computer Science*, No. RN/11/01 (2011), <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/>
- [清水 13] 清水 葉子: HFT, PTS, ダークプールの諸外国における動向～欧米での証券市場間の競争や技術革新に関する考察～, 金融庁金融研究センターディスカッションペーパー (2013), <http://www.fsa.go.jp/frtc/seika/discussion/2013/01.pdf>